

a) Lineares Gleichungssystem

b) Lineares Randwertproblem

$$AX = B$$

(1)

$$L \phi(x) = -f(x) \quad (a)$$

Gegeben: $A(n \times n)$, $B(n \times 1)$

Gegeben: $L = L^*$, $f(x)$, a , b , Rand.

1. A regulär. $|A| \neq 0$ (2) kein Eigenwert

$$AA^{-1} = E$$

(3)

$$L G(x, x') = -\delta(x - x') \quad (a)$$

$$aG + b \frac{\partial G}{\partial n} = 0 \quad (b)$$

$$x = A^{-1}B \quad (4) \quad \phi(x) = \int dx' G(x, x') f(x')$$

A^{-1} inverse Matrix

(5)

$G(x, x')$ Greensche Funktion

$$B = 0 \Rightarrow x = 0. \quad (6) \quad f(x) = 0 \Rightarrow \phi(x) = 0.$$

2: A singulär, $|A| = 0$ (7) (1a,b) erfüllen Eigenwertgl.

$$AX_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, d = n-r \quad (8) \quad L \phi_S(x) = 0 \quad (a)$$

$$\tilde{A}Y_i = 0, \quad " \quad a \phi_S(x) + b \frac{\partial \phi_S}{\partial n} = 0 \quad (b)$$

(1) dd. lösbar, wenn

$$\tilde{Y}_i B = 0, \quad i = 1, 2, \dots, d. \quad (9) \quad (\phi_S, f) = \int \phi_S^*(x) f(x) dx = 0.$$

Triviale Matrixgleichung

$$\tilde{X}\tilde{A}\tilde{Y} - \tilde{Y}A\tilde{X} = 0$$

Verallgemeinerter Greenscher Satz:

$$u Lv - v Lu = \operatorname{div} \vec{j}$$

$$\vec{j} = \vec{j}(u, v)$$

$$(12) \quad \iiint_V (u Lv - v Lu) dV = \iint_F dF(\vec{n}, \vec{j})$$